

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



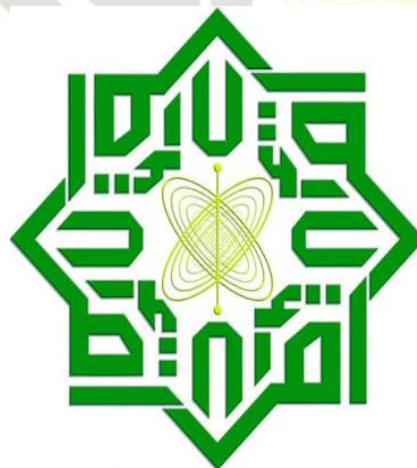
# **MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN FLU BURUNG PADA MANUSIA, UNGGAS LIAR DAN UNGGAS DOMESTIK DENGAN PENGARUH VAKSINASI**

## **TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada Program Studi Matematika

Oleh :

**AGUSTINI AZHARI**  
**11554200450**



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2019**



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN FLU BURUNG  
PADA MANUSIA, UNGGAS LIAR DAN UNGGAS DOMESTIK  
DENGAN PENGARUH VAKSINASI**

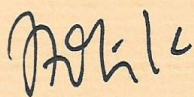
**TUGAS AKHIR**

Oleh:

**AGUSTINI AZHARI**  
**11554200450**

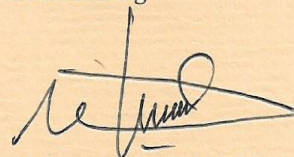
Telah diperiksa dan disetujui sebagai Laporan Tugas Akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 13 September 2019

**Ketua Program Studi**



**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**

**Pembimbing**



**Mohammad Soleh, M.Sc.**  
**NIP. 19751231 200901 1 052**



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PENGESAHAN**

**MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN FLU BURUNG  
PADA MANUSIA, UNGGAS LIAR DAN UNGGAS DOMESTIK  
DENGAN PENGARUH VAKSINASI**

**TUGAS AKHIR**

Oleh:

**AGUSTINI AZHARI**  
**11554200450**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
di Pekanbaru, pada tanggal 13 September 2019

Pekanbaru, 13 September 2019  
Mengesahkan,

Ketua Program Studi



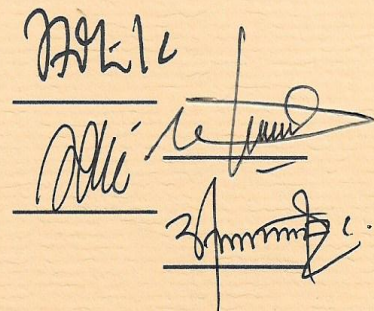
**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP.19811225 200604 2 003**



**Dekan**  
**Dr. Drs. H. Mas'ud Zein, M.Pd.**  
**NIP. 19631214 198803 1 002**

**DEWAN PENGUJI**

Ketua : Ari Pani Desvina, M.Sc.  
Sekretaris : Mohammad Soleh, M.Sc.  
Anggota I : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.  
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.





## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjam Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 13 September 2019

Yang membuat pernyataan,

**AGUSTINI AZHARI**

**NIM: 11554200450**

UIN SUSKA RIAU

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## LEMBAR PERSEMBAHAN

*Allhamdulillahirabbil' alamin, puji syukur tak henti-hentinya kepada Allah Subhanahu wata'ala, atas nikmat, karunia dan rahmat-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan tugas akhir ini.*

*Ucapan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tuaku yang telah membesarkan dan mendidik jiwa raga ini dengan penuh kasih sayang yang tulus. Doa dan harapan yang beliau berikan selalu mengiringi langkah perjalanan hidupku untuk menjadi sosok yang diinginkan.*

*Ucapan terimakasih kepada keluarga besar Jiman dan Muriati serta kakak dan adikku yang telah mendukungku, memotivasi setiap langkahku hingga aku mampu melewati hari sulitku dan menemaniku dalam suka maupun duka.*

*Dengan penuh haru dan segala kerendahan hati kupersembahkan gelar sarjanaku buat Ibunda dan Ayahanda tercinta yang telah memberikan cinta kasih, perjuangan dan doa yang tiada henti.*

*Allah selalu memberikan hal-hal yang kita butuhkan dalam hidup dengan cara-Nya. Memohonlah kepada-Nya dengan keyakinan dan ketulusan. Serta syukurilah apa yang telah kita miliki saat sekarang ini.*

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN FLU BURUNG PADA MANUSIA, UNGGAS LIAR DAN UNGGAS DOMESTIK DENGAN PENGARUH VAKSINASI

**AGUSTINI AZHARI**  
**11554200450**

Tanggal Sidang : 13 September 2019  
Periode Wisuda : 2019

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

## ABSTRAK

Tugas akhir ini membahas model matematika untuk penyebaran flu burung pada manusia, unggas liar dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi. Model matematika yang digunakan berupa model  $S_H I_H R_H S_D I_D V_D S_L I_L$  dengan laju kelahiran diasumsikan sama dengan laju kematian. Permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini adalah bagaimana penurunan model  $S_H I_H R_H S_D I_D V_D S_L I_L$  pada penyebaran flu burung pada manusia, unggas liar dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi, bagaimana menentukan titik kesetimbangan dan analisis kestabilannya, bagaimana simulasi model menggunakan *Maple 13*. Metode yang digunakan untuk menganalisis masalah adalah dengan studi pustaka. Dari model diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Setelah dianalisis kestabilan pada titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik untuk  $R_0 < 1$ . Sedangkan titik kesetimbangan endemik penyakit akan stabil asimtotik untuk  $R_0 > 1$ . Selanjutnya dilakukan simulasi dan diperoleh bahwa untuk laju vaksinasi kurang dari 0.20 dan keberadaan unggas liar kurang sama dengan 0.09 maka penyakit masih mewabah sedangkan untuk laju vaksinasi besar sama dengan 0.20 dan keberadaan unggas liar besar sama dengan 0.09 maka penyakit tidak akan meluas dalam artian minimal ada 20% yang di vaksinasi dan minimal ada 9% keberadaan unggas liar dari seluruh individu yang rentan jika ingin penyakit flu burung menghilang.

**Kata Kunci:** Analisis kestabilan, flu burung, titik kesetimbangan, vaksinasi.



1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# **A MATHEMATIC MODEL OF AVIAN INFLUENZA FOR HUMAN, WILD BIRD, AND POULTRY WITH VACCINATION**

**AGUSTINI AZHARI**  
**11554200450**

Date of Final Exam : September 13th, 2019  
Date of Graduation : 2019

Mathematics Department  
Faculty of Science and Technology  
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

## **ABSTRACT**

*This final project examines about a mathematic model of avian influenza for human, wild bird and poultry with vaccination. The mathematic model used is  $S_H I_H R_H S_D I_D V_D S_L I_L$  with the birth rate equal to the death rate. The issued raised in this thesis are how to derive  $S_H I_H R_H S_D I_D V_D S_L I_L$  model of avian influenza for human, wild bird and poultry with vaccination, how to determine the equilibrium point and stability analysis, how to simulate the model using Maple 13. The methode used to analyzse the issues is literature review. From the model obtained two equilibrium points are disease-free equilibrium point and disease-endemic equilibrium point. The disease-free equilibrium point will be stable for  $R_0 < 1$ . While the disease-endemic equilibrium point will be stable for  $R_0 > 1$ . Then do simulation and obtained that if the vaccination rate is less than 0.20 and the presence of wild birds is less than the same 0.09 so the disease is still endemic while if the vaccination rate is more than the same 0.20 and the presence of wild birds is more than the same 0.09 so the disease will not spread and it means there is minimum of 20% are vaccinated and there is minimum 9% of wild birds from all susceped individuals if want the disease id disappear.*

**Keywords:** Avian influenza, equilibrium point, stability analysis, vaccination.

UIN SUSKA RIAU



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis kepada Allah *subhanahu wata'ala* karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini tepat pada waktunya dengan judul “**Model Matematika Penyebaran Flu Burung pada Manusia, Unggas Liar dan Unggas Domestik dengan Pengaruh Vaksinasi**”. Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana. Shalawat bering salam kepada Nabi Besar Muhammad *shallallahu 'alaihi wassalam* yang mana sehingga kita dapat merasakan kemajuan ilmu bpengetahuan dan teknologi seperti sekarang ini. Selanjutnya dalam penyusunan penyelesaian tugas akhir ini penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu sudah sepantasnya penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orangtua tercinta, Ayahanda Jiman dan Ibunda Muriati. Ibunda dan Ayahanda yang tidak pernah lelah dan tiada henti mendoakan, melimpahkan kasih sayang, perhatian, motivasi yang membuat penulis mampu untuk terus melangkah serta materi yang tidak mungkin mampu terbalas. Semoga Allah *subhanahu wata'ala* selalu merahmati Ayahanda dan Ibunda tercinta, memberikan kebahagiaan dunia dan akhirat. Aamiin. Kemudian penulis juga mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada :

1. Bapak Prof. Dr. KH. Ahmad Mujahidin M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. H. Mas'ud Zein. M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultas Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc., selaku Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Bapak Mohammad Soleh. M.Sc., selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberi banyak motivasi, ilmu serta nasehat dalam penulisan tugas akhir ini.
6. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc., selaku Penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

7. Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.
8. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
9. Kedua orang tua tercinta, Ayahanda Jiman dan Ibunda Muriati, serta kakak dan adik tercinta yaitu Agustina Azhari dan Fachry Fawzy, juga seluruh keluarga besar terkhusus Nenek Sakem, yang senantiasa memberikan doa dan motivasi di saat suka maupun duka.
10. Sahabat penulis khususnya Lili Mardiani, sekaligus Sopya Ranti, Utari Armila, Wahyu Wulandari, Wiwit Yuliya Sasmita, dan Adhe Novie Imandari yang selalu membantu dan memberikan semangat serta motivasi kepada penulis.
11. Teman-teman Program Studi Matematika khususnya angkatan 2015 kelas B yang selalu memberikan semangat kepada penulis.
12. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian tugas akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Akhirnya dalam penyusunan dan penulisan tugas akhir ini penulis telah berusaha semaksimal mungkin untuk menghindari kesalahan. Tetapi penulis hanyalah manusia dan manusia adalah tempat salah dan khilaf, sesuai dengan pepatah tak ada gading yang tak retak. Penulis mengharapkan kepada pembaca tugas akhir ini agar memberikan kritik dan saran. Semoga tugas akhir ini dapat memberikan kontribusi yang bermanfaat.

Pekanbaru, 13 September 2019

Penulis



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PERSETUJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....</b>	<b>iv</b>
<b>LEMBAR PERNYATAAN .....</b>	<b>v</b>
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>viii</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>xiv</b>
 <b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang.....	I-1
1.2 Rumusan Masalah.....	I-3
1.3 Tujuan Penelitian.....	I-3
1.4 Manfaat Penelitian.....	I-4
1.5 Batasan Masalah.....	I-4
1.6 Sistematika Penulisan.....	I-4
 <b>BAB II LANDASAN TEORI</b>	
2.1 Penyakit Flu Burung.....	II-1
2.1.1 Sejarah Flu Burung .....	II-1
2.1.2 Penyebab Flu Burung.....	II-2
2.1.3 Gejala Flu Burung.....	II-2
2.1.4 Pencegahan dan Pengobatan.....	II-3
2.2 Sistem Persamaan Diferensial .....	II-3
2.3 Linearisasi.....	II-6
2.4 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan .....	II-7

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.5 Angka Reproduksi Dasar ( $R_0$ ).....	II-9
-------------------------------------------	------

2.6 Model Epidemi SIR .....	II-10
-----------------------------	-------

<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>III-1</b>
-------------------------------------------	--------------

**BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1 Model Matematika Penyebaran Penyakit Flu Burung Pada Manusia, Unggas Liar dan Unggas Domestik.....	IV-1
--------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

4.1.1 Asumsi-asumsi pada Model .....	IV-1
--------------------------------------	------

4.1.2 Pembentukan Model Matematika .....	IV-2
------------------------------------------	------

4.2 Titik Keseimbangan.....	IV-7
-----------------------------	------

4.2.1 Titik Keseimbangan Bebas Penyakit $I^* = 0$ .....	IV-8
---------------------------------------------------------	------

4.2.2 Titik Keseimbangan Endemik Penyakit $\hat{I} > 0$ .....	IV-10
---------------------------------------------------------------	-------

4.3 Menghitung Angka Reproduksi Dasar ( $R_0$ ) .....	IV-17
-------------------------------------------------------	-------

4.4 Analisis Kestabilan .....	IV-20
-------------------------------	-------

4.4.1 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Keseimbangan Bebas Penyakit.....	IV-21
-----------------------------------------------------------------------------	-------

4.4.2 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Keseimbangan Endemik Penyakit.....	IV-24
-------------------------------------------------------------------------------	-------

4.5 Simulasi Model.....	IV-32
-------------------------	-------

4.5.1 Simulasi di Titik Keseimbangan Bebas Penyakit $R_0 < 1$ .....	IV-32
---------------------------------------------------------------------	-------

4.5.2 Simulasi di Titik Keseimbangan Endemik Penyakit $R_0 > 1$ .....	IV-38
-----------------------------------------------------------------------	-------

**BAB V PENUTUP**

5.1 Kesimpulan.....	V-1
---------------------	-----

5.2 Saran .....	V-3
-----------------	-----

**DAFTAR PUSTAKA**



## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1 Diagram Transfer Model Penyebaran Flu Burung.....	IV-4
4.2 Grafik $S_H(t)$ , $I_H(t)$ dan $R_H(t)$ terhadap $t$ untuk titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0$ .....	IV-35
4.3 Grafik $S_D(t)$ , $I_D(t)$ dan $R_D(t)$ terhadap $t$ untuk titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0$ .....	IV-36
4.4 Grafik $S_L(t)$ dan $I_L(t)$ terhadap $t$ untuk titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0$ .....	IV-37
4.5 Grafik $S_H(t)$ , $I_H(t)$ dan $R_H(t)$ terhadap $t$ untuk titik kesetimbangan endemik penyakit $E_1$ .....	IV-41
4.6 Grafik $S_D(t)$ , $I_D(t)$ dan $R_D(t)$ terhadap $t$ untuk titik kesetimbangan endemik penyakit $E_1$ .....	IV-42
4.7 Grafik $S_L(t)$ dan $I_L(t)$ terhadap $t$ untuk titik kesetimbangan endemik penyakit $E_1$ .....	IV-42

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Daftar Variabel-variabel.....	IV-3
4.2 Daftar Parameter-parameter .....	IV-3
4.3 Nilai Parameter untuk Simulasi Model Bebas Penyakit .....	IV-33
4.4 Nilai Parameter untuk Simulasi Model Endemik Penyakit.....	IV-39

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Penyakit flu burung (*avian influenza*) adalah suatu penyakit menular yang disebabkan oleh virus influenza tipe A yang menjangkiti burung dan mamalia. Virus flu burung ini pada awalnya dibawa dan ditularkan oleh unggas liar ke unggas liar dan unggas domestik. Penyebaran virus terjadi melalui perpindahan tempat atau migrasi unggas liar lintas negara. Unggas liar dan unggas domestik yang rentan menjadi terinfeksi ketika terjadi kontak langsung dengan sekresi atau ekskresi yang terkontaminasi dari unggas liar yang terinfeksi.

Salah satu virus flu burung tipe A ganas yang mudah menyebar dan sangat mematikan yaitu virus dengan subtype H5N1 yang terdapat pada burung liar atau unggas liar. H5N1 diketahui sangat patogen terhadap unggas domestik sehingga sangat mudah menulari populasi unggas domestik. Pada tahun 2003 virus subtype tersebut menyerang sebanyak 230 juta unggas domestik dan ribuan burung liar hampir di seluruh Asia dan Eropa.

Di Indonesia, pada tahun 2015 terdapat 123 kasus kematian unggas domestik akibat flu burung. Kemudian pada tahun 2016 terdapat 148 kasus kematian unggas domestik akibat flu burung yang disebabkan unggas liar (Ketut Darmita, 2016). Kasus flu burung pada unggas domestik tidak hanya disebabkan oleh unggas liar saja namun kontak langsung dengan unggas domestik yang terinfeksi serta keadaan kandang yang tidak sehat juga menjadi penyebab terulangnya flu burung (Bayu Krisnamurthi, 2017).

Kasus virus flu burung yang pada awalnya hanya menyerang unggas, ternyata dapat menginfeksi manusia juga. Hal itu dikarenakan virus mudah bermutasi sehingga membentuk varian baru yang lebih patogen. Virus yang mudah bermutasi tersebut selanjutnya mengalami perubahan pembawa sifat genetik sehingga lebih kuat berinteraksi dengan sel manusia. Penyebaran virus terhadap manusia dapat terjadi akibat melakukan kontak langsung dengan unggas yang terinfeksi (M. Raji, 2017:57).

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Upaya strategi nasional telah dilakukan pemerintah untuk mencegah penyebaran flu burung yaitu pemberian vaksinasi pada unggas domestik. Tujuan pemberian vaksinasi adalah untuk membuat unggas menjadi kebal terhadap penyakit flu burung sehingga dapat mencegah penyebaran luas flu burung di beberapa wilayah Indonesia. Pemberian vaksinasi terhadap unggas harus dilakukan secara tepat agar penyebaran serta penularan flu burung dapat dihentikan (Bayu Krisnamurthi, 2017).

Penelitian mengenai model penyebaran flu burung telah banyak dilakukan. Derouich dan Boutayeb (2008) menurunkan model penyebaran penyakit flu burung pada populasi unggas dan manusia dengan model SIR. Pada model tersebut, tingkat kematian alami dan tingkat kematian penyakit pada unggas dianggap sama dan tidak dibedakan antara unggas liar atau unggas domestik.

Moch Chotim (2013), memodelkan penyebaran penyakit flu burung dengan memperhatikan populasi unggas dan menambahkan kontrol vaksinasi pada unggas yang rentan. Analisis dari model menunjukkan bahwa jika semakin tinggi tingkat vaksinasi pada populasi unggas maka bilangan reproduksi dasar akan semakin menurun dan semakin besar tingkat vaksinasi pada populasi unggas maka semakin cepat penyakit menghilang dari populasi.

Amidi dan M. Kharis (2017) membahas model penyebaran penyakit flu burung dengan memperhatikan 2 populasi yaitu populasi manusia dan populasi unggas domestik dan menambahkan kontrol vaksinasi pada unggas domestik yang rentan. Analisis dari model yaitu jika proporsi unggas domestik rentan dan tingkat vaksinasi meningkat maka nilai reproduksinya berkurang dan penyebaran flu burung pada populasi manusia dan unggas domestik dapat dicegah.

Kimbir, Aboiyar, dan Okolo (2014) membahas model penyebaran penyakit flu burung dengan memperhatikan 3 populasi yaitu populasi manusia, populasi unggas liar dan populasi unggas domestik. Pada model tersebut, dibedakan antara unggas liar dan unggas domestik. Analisis dari model menunjukkan bahwa strategi kontrol apapun yang bertujuan mengurangi penularan infeksi akan berdampak besar pada pemberantasan infeksi flu burung.



Berdasarkan penelitian Kimbir, Aboiyar, Okolo (2014) serta Amidi dan M. Kharis (2017) peneliti tertarik untuk memodelkan penyebaran penyakit flu burung dengan memperhatikan 3 populasi yaitu populasi unggas liar, unggas domestik, dan manusia dengan membedakan unggas liar dan unggas domestik serta menambahkan kontrol vaksinasi pada unggas domestik yang rentan terhadap penyakit flu burung dengan model SIR. Kontrol vaksinasi pada unggas domestik rentan berguna untuk menunjukkan pengaruhnya terhadap penyebaran penyakit flu burung.

### 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana model SIR (*Susceptible Infected Recovered*) penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia, unggas liar, dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi ?
2. Bagaimanakah kestabilan titik-titik ekuilibrium pada model tersebut?
3. Bagaimana pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran flu burung dengan menggunakan model SIR (*Susceptible Infected Recovered*) ?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas tujuan dari penelitian ini sebagai berikut :

1. Mendapatkan model SIR (*Suscepted Infected Recovered*) penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia, unggas liar, dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi.
2. Mendapatkan titik ekuilibrium dan kestabilan titik ekuilibrium dari model SIR (*Suscepted Infected Recovered*).
3. Mendapatkan pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran flu burung dengan menggunakan model SIR (*Suscepted Infected Recovered*)

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari suatu penelitian tentunya mempunyai kegunaan dan manfaat bagi peneliti maupun pihak-pihak lain. Sejalan dengan tujuan penelitian di atas, maka penelitian ini memiliki manfaat sebagai berikut :

1. Memberikan penjelasan tentang flu burung baik untuk kalangan mahasiswa maupun masyarakat.
2. Sebagai bahan penelitian untuk mencegah terjadinya penyebaran flu burung.
3. Dapat dijadikan sebagai bahan penelitian yang lebih mendalam untuk pelaksanaan penelitian selanjutnya.

## 1.5 Batasan Masalah

Agar penelitian lebih terfokus dan terarah serta menghindari pembahasan yang terlalu luas maka peneliti membuat batasan masalah. Adapun batasan-batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Peneliti menurunkan model SIR pada penyebaran penyakit flu burung dengan memperhatikan populasi unggas liar, unggas domestik, dan manusia.
2. Vaksinasi hanya dilakukan pada unggas domestik.

## 1.6 Sistematika Penyusunan Skripsi

Penulisan skripsi disusun berdasarkan bab-bab berikut ini.

### BAB I

#### PENDAHULUAN

Bab ini memuat gambaran singkat tentang isi skripsi dan membahas tentang latar belakang permasalahan, rumusan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian, batasan masalah dan sistematika penulisan.

### BAB II

#### LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi mengenai teori-teori yang mendukung dan berkaitan dengan pembahasan skripsi sehingga dapat membantu penulis maupun pembaca dalam memahami isi skripsi.

### BAB III

#### METODE PENELITIAN

Metode penelitian berisi proses atau langkah penulisan untuk membangun model penyebaran penyakit flu burung pada populasi



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**BAB IV**

**BAB V**

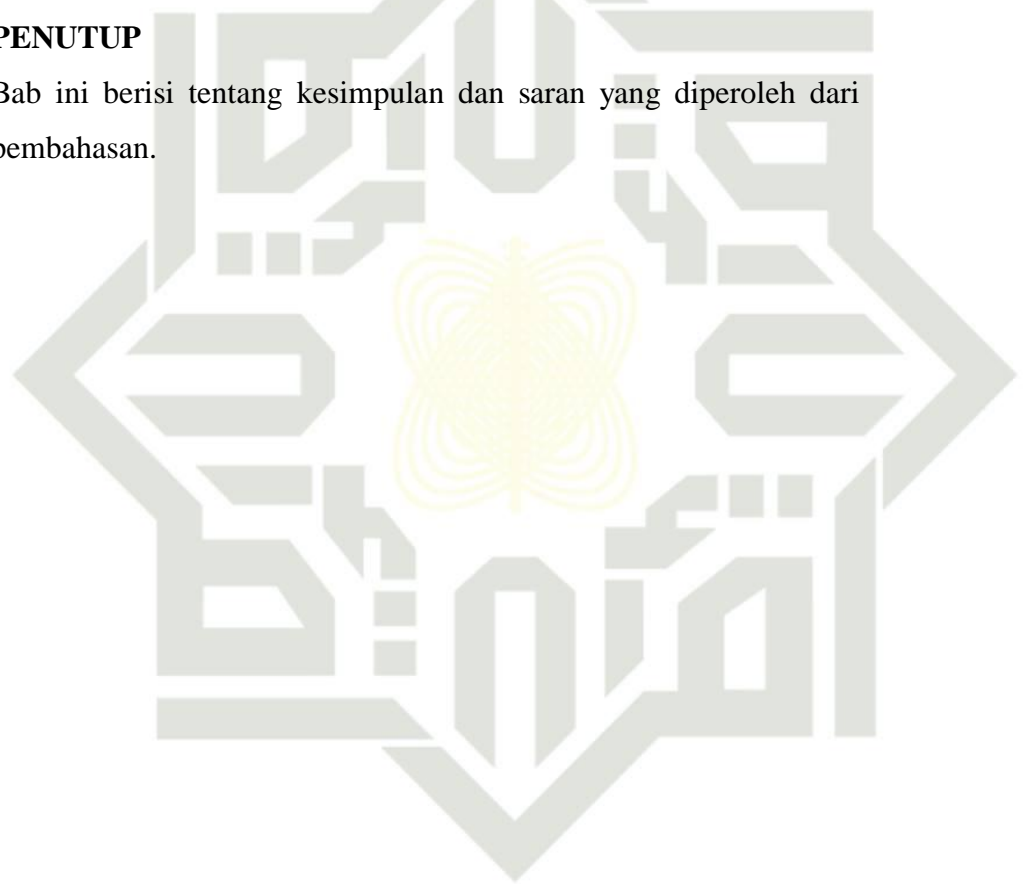
manusi, unggas liar, dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Pada bab ini berisi pemodelan penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia, unggas liar dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi, analisa model meliputi titik kesetimbangan, angka rasio reproduksi dasar, analisa kestabilan, dan simulasi model dengan menggunakan *Maple 13*.

**PENUTUP**

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran yang diperoleh dari pembahasan.



UIN SUSKA RIAU

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Penyakit Flu Burung

##### 2.1.1 Sejarah Flu Burung

Flu burung merupakan suatu penyakit menular yang menyebar diantara unggas, namun dapat juga menulari manusia yang pertama kali ditemukan pada tahun 1878. Sedangkan virus penyebab flu burung dapat diidentifikasi pada tahun 1933 oleh Smith (Sitepoe, 2010:36). Infeksi penyakit ini terus menyebar dan mewabah di antara unggas-unggas di Mesir dan hingga di beberapa negara-negara yang ada di wilayah Asia.

Pada awalnya, penyakit flu burung hanya terjangkit pada unggas liar dan ditularkan ke unggas liar lainnya. Namun pada akhirnya juga menular ke unggas peternakan. Sampai pada tahun 1997 di Hongkong terdapat kasus bahwa flu burung tidak hanya ada pada binatang seperti burung, ayam, dan bebek tetapi juga dilaporkan telah menjangkiti manusia hingga berdampak kematian.

Infeksi virus flu burung terhadap manusia pertama kali dilaporkan pada tahun 1997 dengan sub tipe H5N1. Kemudian pada tahun 2003 dan awal 2004 di Asia Tenggara sendiri ditemukan virus flu burung sub tipe H5N1 pada unggas dan manusia. Dikabarkan pula bahwa tipe virus tersebut telah mewabah di Vietnam, Thailand, Kamboja, hingga Indonesia. Hingga pada tahun 2006 flu burung jenis H5N1 telah mewabah ke 53 negara yang hampir mencakup seluruh benua (Aditama, 2006:9).

Virus sub tipe H5N1 berdampak sangat buruk dan sangat mengkhawatirkan seluruh dunia karena berpotensi terhadap kematian. Karena semakin mengkhawatirkan dan meresahkan seluruh dunia, pemerintah pun akhirnya mengambil kebijakan untuk mencegah penularan flu burung dengan memusnahkan banyak unggas yang diduga menderita flu burung.

Berdasarkan hasil penelitian jaringan laboratorium pada 22 Januari 2004 WHO (*World Health Organization*) menyatakan bahwa virus H5N1 yang menjadi wabah saat awal tahun 2004 tersebut berbeda dengan virus H5N1 pada

1. Di larang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Di larang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



kasus 1997 dan 2003. Hal ini berarti bahwa virus H5N1 telah mengalami mutasi dan kemungkinan besar akan bermutasi kembali pada masa yang akan datang. Hingga kini kasus flu burung masih terjadi dan menjadi ancaman bagi seluruh dunia.

### 2.1.2 Penyebab Flu Burung

Penyakit flu burung dapat disebabkan oleh lingkungan yang terkontaminasi. Penyebab lainnya adalah dikarenakan oleh kontak langsung antara unggas yang terjangkit flu burung, seperti :

- Kontak langsung dengan cairan yang berasal dari tubuh unggas yang terinfeksi flu burung, misalnya air liur unggas.
- Menyentuh unggas yang telah terinfeksi flu burung, baik unggas yang masih hidup atau sudah mati.
- Kontak dengan kotoran unggas yang terinfeksi flu burung seperti tersentuh oleh tangan.

### 2.1.3 Gejala Flu Burung

Gejala-gejala yang ditimbulkan oleh virus flu burung tidaklah main-main. Virus akan berinkubasi ke dalam tubuh manusia hingga menimbulkan gejala adalah 3 sampai 5 hari. Manusia yang terjangkit flu burung akan mengalami gejala-gejala mulai dari gejala awal dan gejala akhir. Adapun gejala awalnya antara lain, sebagai berikut :

- Muntah.
- Sakit perut.
- Diare.
- Mimisan.
- Nyeri dada.
- Gusi Berdarah.

Setelah mengalami gejala awal maka akan timbul gejala akhirnya yaitu, sebagai berikut :

- Demam tinggi.

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Sakit kepala.
- Pegal-pegal.
- Pilek.
- Batuk.
- Sesak napas.

#### 2.1.4 Pencegahan dan Pengobatan

Pencegahan flu burung dapat dilakukan dengan cara-cara sederhana yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari seperti :

- Menjaga kebersihan tangan dengan cara rajin mencuci tangan hingga bersih.
- Menjaga kebersihan kandang unggas bagi yang memelihara unggas.
- Mawas diri dengan tidak melakukan kontak langsung dengan unggas-unggas yang terinfeksi.
- Memastikan mengkonsumsi telur ataupun daging unggas dengan benar-benar dimasak secara matang.

Adapun pengobatan untuk penderita yang telah jelas didiagnosa terjangkit flu burung yaitu, sebagai berikut :

- Diisolasi atau diasingkan di rumah sakit untuk menghindari penularan.
- Minum banyak cairan, mengkonsumsi makanan sehat, dan mengkonsumsi obat pereda sakit.
- Mengkonsumsi obat-obatan antivirus seperti *oseltamivir* dan *zanamivir*.

#### 2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah kumpulan dari  $n$  persamaan diferensial yang saling terkait yang mempunyai bentuk

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_3 &= f_3(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Sistem (2.1) dapat dituliskan menjadi :



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.2)$$

(Morris W. Hirsch, 1933: 21).

#### Contoh 2.1

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1 + 3x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1x_2 + 3x_2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Berdasarkan kelinearannya sistem persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu sistem persamaan diferensial linear dan sistem persamaan diferensial nonlinear.

#### Definisi 2.1 (M. Braun, 1983: 264)

Diberikan Sistem (2.1), jika setiap fungsi  $f_1, f_2, \dots, f_n$  adalah fungsi linear dari variabel tak bebas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  maka Sistem (2.1) dikatakan linear.

Secara umum, sistem persamaan diferensial linear orde satu dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n + b_1(t) \\ \dot{x}_2 &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n + b_2(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n + b_n(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Pada Sistem (2.4), jika  $b_1(t) = b_2(t) = \dots = b_n(t) = 0$  maka Sistem (2.4) dinamakan sistem persamaan diferensial linear homogen dan jika bukan maka dinamakan sistem persamaan diferensial linear nonhomogen.

Adapun bentuk matriks dari Sistem (2.4) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix}$$

dapat dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut :

$$\dot{X} = A(t)X + B(t) \quad (2.5)$$

dengan :

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}, A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \text{ dan } B(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix}$$

#### Definisi 2.2 (M. Braun, 1983: 370)

Diberikan Sistem (2.1), jika setiap fungsi  $f_1, f_2, \dots, f_n$  adalah fungsi nonlinear dan variabel tak bebas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  maka Sistem (2.1) dikatakan nonlinear.

Adapun syarat-syarat sistem persamaan diferensial nonlinear, yaitu :

1. Terdapat perkalian variabel tak bebas dan/atau turunan-turunannya.
2. Terdapat variabel tak bebas dan/atau turunan-turunannya berpangkat lebih dari satu.
3. Terdapat fungsi transenden dari variabel tak bebas beserta turunan-turunannya.

#### Contoh 2.2

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1x_2 + 5e^{2x_1} \\ \dot{x}_2 &= 6x_2 + 2x_1x_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sistem persamaan diferensial baik linear maupun nonlinear mempunyai titik kesetimbangan. Titik kesetimbangan adalah sebuah keadaan dari suatu sistem yang tidak berubah terhadap waktu. Suatu sistem dikatakan berada dalam keadaan seimbang jika sistem tersebut tidak berubah sepanjang waktu atau kedua persamaan diferensial sama dengan nol.

#### Definisi 2.3 ( G.J. Olsder & Woude, 2003: 53)

Titik  $\hat{x} \in R^n$  disebut titik kesetimbangan dari  $\dot{x} = f(x)$ ,  $x, f(x) \in R^n$  jika memenuhi  $f(\hat{x}) = 0$ , dengan

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## 2.3 Linearisasi

Linearisasi adalah proses mengubah persamaan diferensial nonlinear ke persamaan diferensial linear. Dengan linearisasi maka solusi dari sistem persamaan nonlinear dapat terpecahkan. Linearisasi dapat dilakukan menggunakan matriks Jacobian. Matriks Jacobian adalah matriks dari semua turunan parsial orde pertama dari fungsi bernilai vektor. Matriks Jacobian digunakan untuk mencari kestabilan titik kesetimbangan untuk sistem nonlinear.

### Definisi 2.4 (J. Hale & Kocak, 1991: 267)

Diberikan fungsi  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  dengan  $f_i \in C(E)$  dan  $i = 1, 2, \dots, n$ , matriks

$$J(f(x)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(x) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

dinamakan matriks Jacobian dari  $f$  di titik  $x$ .

### Definisi 2.5 (J.Hale & Kocak, 1991: 267)

Jika  $\hat{x}$  adalah titik kesetimbangan dari  $\dot{x} = f(x)$ , maka persamaan diferensial linear

$$\dot{x} = J(f(\hat{x}))x \quad (2.9)$$

adalah linearisasi sistem disekitar  $\hat{x}$ , dengan

$$J(f(\hat{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\hat{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\hat{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\hat{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\hat{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

### Definisi 2.6 (Howard Anton, 1997: 277)

Misalkan  $A$  adalah matriks  $n \times n$ , vektor tak nol  $x$  di dalam  $R^n$  disebut vektor eigen (*eigen vector*) dari  $A$  jika  $Ax$  adalah kelipatan skalar dari  $x$ , yakni

$$Ax = \lambda x \quad (2.11)$$



1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

untuk suatu skalar  $\lambda$ . Skalar  $\lambda$  dinamakan nilai eigen (*eigen value*) dan  $x$  dikatakan vektor eigen (*eigen vector*) yang bersesuaian dengan  $\lambda$ .

Untuk menentukan nilai eigen dari matriks  $A$  yang berordo  $n \times n$  maka Persamaan (2.11) dapat dituliskan kembali sebagai :

$$Ax = \lambda Ix \quad (2.12)$$

Atau secara ekivalen

$$(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.13)$$

dengan  $x$  tak nol dan  $I$  adalah matriks identitas sehingga Persamaan (2.13) mempunyai solusi nontrivial jika dan hanya jika :

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.14)$$

dan Persamaan (2.14) dinamakan persamaan karakteristik.

## 2.4 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan

Kestabilan titik keseimbangan atau titik ekuilibrium dari suatu sistem persamaan diferensial linear maupun nonlinear diberikan dalam definisi berikut.

### Definisi 2.7 (G.J. Olsder & Woude, 2003: 53)

Titik  $\hat{x} \in R^n$  dikatakan :

- (i) Stabil jika dan hanya jika untuk setiap  $\varepsilon > 0$ , terdapat  $\delta > 0$  sedemikian sehingga untuk setiap  $x_0$  dengan  $\|x_0 - \hat{x}\| < \delta$  menyebabkan  $\|x(t, x_0) - \hat{x}\| < \varepsilon$  untuk setiap  $t \geq 0$ .
- (ii) Stabil asimtotik jika dan hanya jika  $\hat{x}$  stabil dan terdapat sebuah  $\delta_1 > 0$  sedemikian sehingga apabila  $\|x_0 - \hat{x}\| < \delta_1$  maka menyebabkan  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0) - \hat{x}\| = 0$ .
- (iii) Tidak stabil jika  $\hat{x}$  tidak memenuhi (i).

Penentuan analisis kestabilan titik keseimbangan untuk sistem nonlinear dapat ditentukan dengan menggunakan matriks Jacobian, apabila titik keseimbangan tersebut hiperbolik. Berikut definisi titik keseimbangan hiperbolik,

### Definisi 2.8 (Lawrence Perko, 2001: 102)

Titik kesetimbangan  $\hat{x}$  dikatakan hiperbolik jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian  $J(f(\hat{x}))$  mempunyai bagian real tak nol.

### Teorema 2.1 (J.Hale & Kocak, 1991: 267-272)

Diberikan sistem  $\dot{x} = f(x)$ , titik kesetimbangan  $\hat{x}$  dikatakan :

- (i) Stabil asimtotik jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian  $J(f(\hat{x}))$  mempunyai bagian real negatif.
- (ii) Tidak stabil jika terdapat paling sedikit satu nilai eigen dari matriks Jacobian  $J(f(\hat{x}))$  mempunyai bagian real positif.

Analisis kestabilan titik kesetimbangan juga dapat ditentukan dengan menggunakan kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz*. Kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz* adalah suatu metode yang digunakan untuk menentukan kestabilan suatu sistem dengan memperhatikan koefisien dari persamaan karakteristik tanpa harus menghitung secara langsung akar-akar persamaan karakteristik.

### Teorema 2.2 Kriteria Kestabilan *Routh-Hurwitz* (S.D. Fisher, 1990: 188)

Diberikan suatu persamaan polinomial

$$p(\lambda) = c_0 \lambda^k + c_1 \lambda^{k-1} + \dots + c_k \lambda + c_k = 0$$

dengan  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_k$  adalah elemen bilangan real dan  $c_0 \neq 0$ . Akar-akar persamaan polinomialnya mempunyai bagian real yang negatif jika dan hanya jika untuk setiap determinan dari matriks  $M_{n \times n}$  untuk setiap  $n = 1, 2, \dots, k$

$$M_n = \begin{vmatrix} c_1 & c_3 & c_5 & \dots & c_{2n-1} \\ c_0 & c_2 & c_4 & \dots & c_{2n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n \end{vmatrix} \quad (2.15)$$

bernilai positif.

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## 2. Angka Reproduksi Dasar ( $R_0$ )

Menurut Giescke (2002), angka reproduksi dasar adalah rata-rata banyaknya individu rentan yang terinfeksi secara langsung oleh individu lain yang telah terinfeksi, dan masuk ke dalam populasi yang seluruhnya masih rentan.

Kondisi yang timbul adalah salah satu di antara kemungkinan berikut:

- a. Jika  $R_0 < 1$  maka penyakit akan menghilang.
- b. Jika  $R_0 > 1$  maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

Misalkan terdapat  $n$  kelas terinfeksi dan  $m$  kelas tidak terinfeksi. Selanjutnya dimisalkan pula  $x$  menyatakan subpopulasi kelas terinfeksi dan  $y$  menyatakan subpopulasi kelas tidak terinfeksi (rentan atau sembuh), dan  $x \in R^n$  dan  $y \in R^m$ , untuk  $m, n \in N$ , sehingga

$$\dot{x} = \varphi_i(x, y) - \psi_i(x, y) \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\dot{y} = \eta_i(x, y) \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, m$$

Dengan  $\varphi_i$  adalah laju infeksi sekunder yang menambah pada kelas terinfeksi dan  $\psi_i$  adalah laju perkembangan penyakit, kematian dan kesembuhan yang mengakibatkan berkurangnya populasi dari kelas terinfeksi.

Perhitungan angka reproduksi dasar ( $R_0$ ) berdasarkan linearisasi dari sistem persamaan diferensial yang didekati pada titik kesetimbangan bebas penyakit. Persamaan kompartemen terinfeksi yang telah dilinearisasi dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\dot{x} = (F - V)x$$

Dengan  $F$  dan  $V$  adalah matriks berukuran  $n \times n$  dan  $F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}(0, y_0)$  dan  $V = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j}(0, y_0)$ . Selanjutnya didefinisikan matriks  $K$  sebagai berikut :

$$K = FV^{-1}$$

Dengan  $K$  disebut sebagai matriks generasi mendatang. Nilai dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah nilai eigen dominan dari matriks  $K$  sehingga



$$R_0 = \rho(FV^{-1})$$

(Driessche and Watmough).

## 2.6 Model Epidemi SIR

Model epidemi adalah model matematika yang digunakan untuk memodelkan suatu penyebaran penyakit. Ilmu yang membahas tentang penyebaran penyakit adalah epidemiologi. Penyebaran penyakit yang dimaksud adalah penyebaran penyakit yang menurut sifat, waktu dan tempat.

Terdapat begitu banyak model epidemi yang umum digunakan untuk memodelkan suatu penyakit yang dapat dibuat persamaan-persamaan yang mendeskripsikan keadaan suatu penyebaran penyakit menular. Salah satunya yaitu model SIR. Model SIR pertama kali diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Total populasi pada model SIR adalah berjumlah  $N$  dan dibagi menjadi tiga subpopulasi yaitu subpopulasi rentan (*Supcepted*) disimbolkan dengan  $S(t)$ , subpopulasi terinfeksi (*Infected*) disimbolkan dengan  $I(t)$ , dan subpopulasi yang pindah (*Recovered*) disimbolkan dengan  $R(t)$ .

Pada model SIR, dimungkinkan populasi yang terinfeksi penyakit dapat sembuh. Subpopulasi  $R(t)$  mewakili individu yang meninggal karena penyakit, sembuh dari infeksi penyakit serta mempunyai kekebalan tubuh yang tetap. Dengan kata lain, individu sudah diasingkan dari sisa populasi. Subpopulasi  $R(t)$  tidak lagi ikut serta dalam penyebaran penyakit tetapi masih tetap sebagai anggota total populasi berjumlah  $N$  meskipun ada kemungkinan diantaranya telah ada yang meninggal dunia (Diekmann and Heesterbeek, 2000).

Pada penelitian ini penulis membahas mengenai penyebaran penyakit flu burung dengan mengambil model berdasarkan model SIR. Pada model ini sistem dibagi menjadi 3 populasi, yaitu populasi manusia, populasi unggas domestik dan populasi unggas liar. Populasi manusia ( $N_H$ ) dibagi menjadi 3 kelompok yaitu kelompok manusia yang rentan terhadap flu burung ( $S_H$ ), kelompok manusia terinfeksi karena flu burung ( $I_H$ ), dan kelompok manusia yang sembuh dari flu burung ( $R_H$ ). Kelompok manusia yang telah sembuh dari flu burung akan kebal

1. Diararang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diararang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

sementara terhadap flu burung dan kemungkinan akan kembali rentan terhadap flu burung.

Selanjutnya kelompok unggas domestik ( $N_D$ ) dibagi menjadi 3 kelompok yaitu kelompok unggas domestik yang rentan flu burung ( $S_D$ ), kelompok unggas domestik yang terinfeksi flu burung ( $I_D$ ), dan kelompok unggas domestik yang divaksinasi ( $V_D$ ). Kelompok unggas domestik yang divaksinasi mempunyai kemungkinan unggas domestik yang rentan tidak jadi terinfeksi flu burung. Namun yang telah terinfeksi diasumsikan tidak akan sembuh dari flu burung.

Kelompok unggas liar ( $N_L$ ) dibagi menjadi 2 kelompok yaitu kelompok unggas liar rentan flu burung ( $S_L$ ), dan kelompok unggas liar yang terinfeksi flu burung ( $I_L$ ). Kelompok unggas liar yang terinfeksi diasumsikan tidak akan sembuh dari flu burung.

Pembentukan model berdasarkan pada asumsi-asumsi yang dibuat. Model yang disusun berbentuk persamaan diferensial yang bergantung pada variabel-variabel yang menyatakan tiap-tiap populasi. Selanjutnya, menentukan titik kesetimbangan dan menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan merupakan poin penting dari model.

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan untuk membangun model penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia, unggas liar, dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi adalah dengan cara studi pustaka dan mempelajari jurnal-jurnal yang berhubungan dengan pemodelan matematika. Lebih rincinya langkah-langkah penelitian pada tugas akhir ini adalah

1. Menentukan variabel-variabel serta parameter-parameter yang digunakan pada model yaitu sebagai berikut :

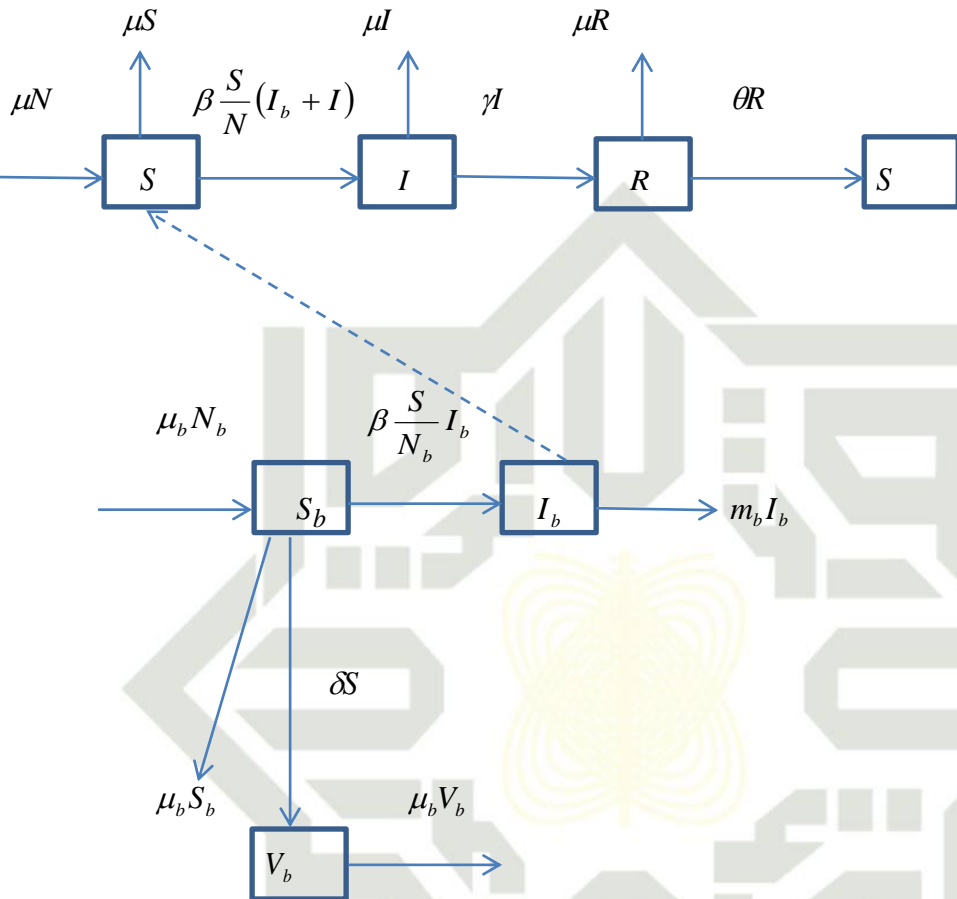
$S(t)$	: Jumlah manusia yang rentan pada saat $t$ .
$I(t)$	: Jumlah manusia yang terinfeksi pada saat $t$ .
$R(t)$	: Jumlah manusia yang sembuh pada saat $t$ .
$S_b(t)$	: Jumlah unggas domestik yang rentan pada saat $t$ .
$I_b(t)$	: Jumlah unggas domestik yang terinfeksi pada saat $t$ .
$V_b(t)$	: Jumlah unggas domestik yang divaksinasi pada saat $t$ .
$N(t)$	: Jumlah total populasi manusia yang rentan pada saat $t$ .
$N_b(t)$	: Jumlah total populasi manusia yang rentan pada saat $t$ .
$\mu$	: Angka kelahiran/kematian manusia.
$\mu_b$	: Angka kelahiran/kematian unggas domestik.
$\beta$	: Laju interaksi yang dapat mengakibatkan penularan pada manusia.
$\beta_b$	: Laju interaksi yang dapat mengakibatkan penularan pada unggas domestik.
$\theta$	: Laju kekebalan pada manusia yang sembuh.
$\gamma$	: Laju dari kelas <i>Recovered</i> ke kelas <i>Suscepted</i> .
$\delta$	: Angka vaksinasi pada unggas yang rentan.



# Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. Diberikan model SIR Amidi (2017) sebagai berikut :

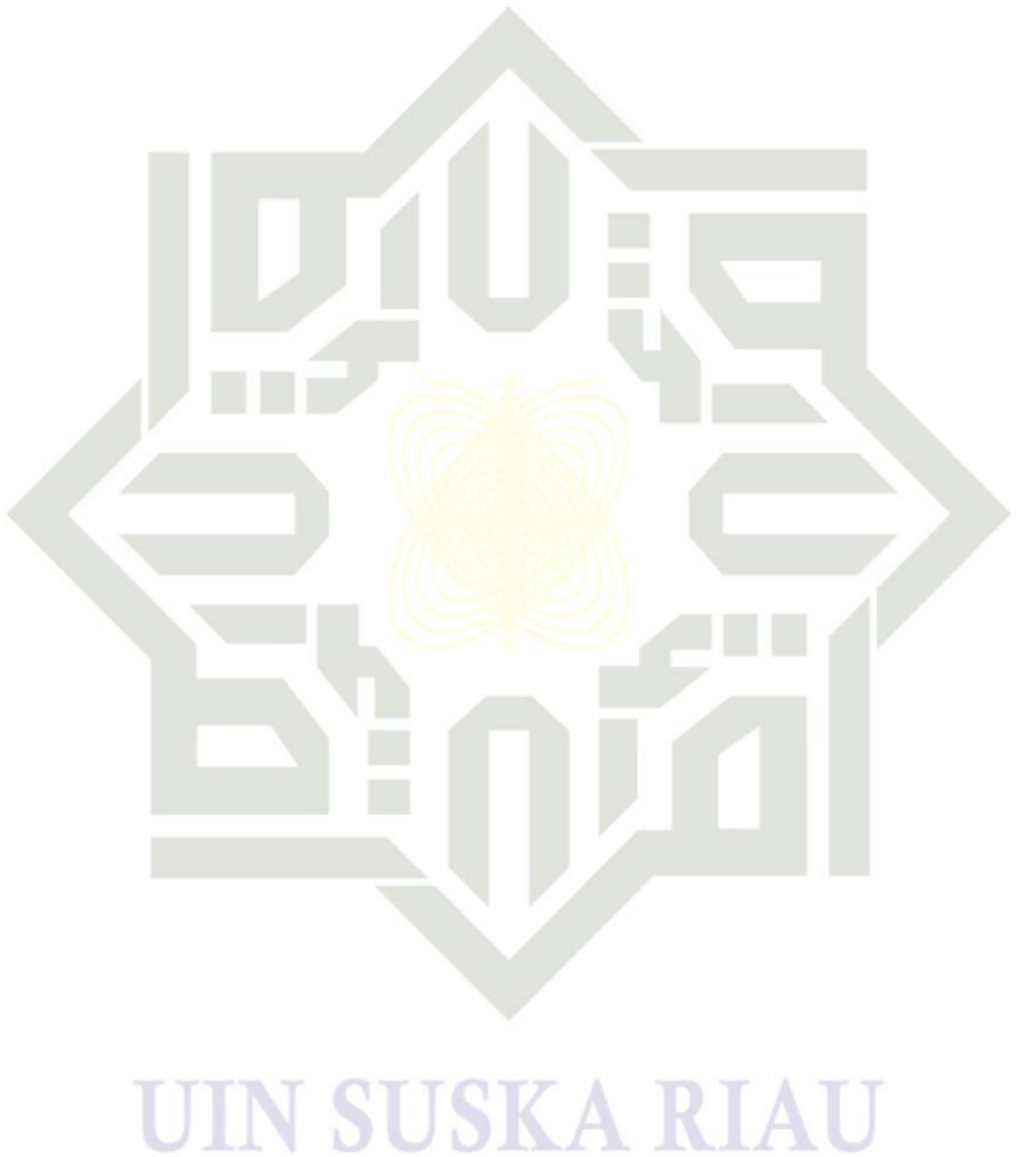


3. Dari model (2) dibentuk model baru dengan menambahkan populasi unggas liar. Sehingga model terdiri atas 3 populasi yaitu populasi manusia, populasi unggas domestik, dan populasi unggas liar.
4. Menurunkan model yang ada di langkah (3) untuk dicari titik kesetimbangan (*equilibrium point*).
5. Melakukan linearisasi pada model dengan menggunakan matriks Jacobian di titik kesetimbangan (*equilibrium point*).
6. Menganalisa kestabilan titik kesetimbangan (*equilibrium point*) yang telah ditentukan.
7. Simulasi model untuk melihat pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran flu burung.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

8. Menyimpulkan hasil dari analisa titik kesetimbangan (*equilibrium point*) dan simulasi model.



## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Berdasarkan asumsi-asumsi yang telah dibuat, diperoleh model  $S_H I_H R_H S_D I_D V_D S_L I_L$  pada penyebaran flu burung pada manusia, unggas liar dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi yang diekspresikan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_H}{dt} &= \mu_H N_H + \theta R_H - \mu_H S_H - \beta_H S_H \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} + \frac{I_H}{N_H} \right) \\
 \frac{dI_H}{dt} &= \beta_H S_H \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} + \frac{I_H}{N_H} \right) - \mu_H I_H - \gamma_H \\
 \frac{dR_H}{dt} &= \gamma_H - \mu_H R_H - \theta R_H \\
 \frac{dS_D}{dt} &= \mu_D N_D - \mu_D S_D - \beta_D S_D \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} \right) - \delta S_D \\
 \frac{dI_D}{dt} &= \beta_D S_D \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} \right) - \mu_D I_D \\
 \frac{dV_D}{dt} &= \delta S_D - \mu_D V_D \\
 \frac{dS_L}{dt} &= \mu_L N_L - \mu_L S_L - \beta_L S_L \left( \frac{I_L}{N_L} \right) \\
 \frac{dI_L}{dt} &= \beta_L S_L \left( \frac{I_L}{N_L} \right) - \mu_L I_L
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Sistem (5.1) tersebut dapat ditulis menjadi Sistem (5.2) di bawah ini



### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diararang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diararang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### © Hak cipta milik UIN Suska Riau

### State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$\frac{dS_H}{dt} = \mu_H N_H + \theta R_H - \mu_H S_H - \beta_H S_H \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} + \frac{I_H}{N_H} \right)$$

$$\frac{dI_H}{dt} = \beta_H S_H \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} + \frac{I_H}{N_H} \right) - \mu_H I_H - \gamma I_H$$

$$\frac{dS_D}{dt} = \mu_D N_D - \mu_D S_D - \beta_D S_D \left( \frac{I_L}{N_L} + \frac{I_D}{N_D} \right) - \delta S_D$$

$$\frac{dV_D}{dt} = \delta S_D - \mu_D V_D$$

$$\frac{dS_L}{dt} = \mu_L N_L - \mu_L S_L - \beta_L S_L \left( \frac{I_L}{N_L} \right)$$

2. Dari analisis model matematika yang dalam hal ini Sistem (5.2) yang dianalisa, diperoleh angka rasio reproduksi dasar  $R_0 = \frac{\beta_H \beta_D \beta_L}{(\mu_H + \gamma)(\mu_D + \delta)\mu_L}$ .

Kemudian diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakitnya adalah

$$E_0(S^*_H, I^*_H, S^*_D, V^*_D, S^*_L) = \left( N_H, 0, \frac{\mu_D N_D}{\mu_D + \delta}, \frac{\delta N_D}{\mu_D + \delta}, N_L \right) \text{ dan diperoleh pula}$$

titik kesetimbangan endemik penyakit adalah

$$E_1(\hat{S}_H, \hat{I}_H, \hat{S}_D, \hat{V}_D, \hat{S}_L) = \left( \frac{\mu_H \hat{I}_H + \gamma \hat{I}_H}{\beta_H \left( \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \frac{\hat{I}_H}{N_H} \right)}, \hat{I}_H, \frac{\mu_D N_D}{\left( \mu_D + \beta_D \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \beta_D \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \delta \right)}, \frac{\mu_D N_D}{\left( \mu_D + \beta_D \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \beta_D \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \delta \right)}, \frac{\mu_L N_L}{\left( \mu_D + \beta_D \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \beta_D \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \delta \right)} \right)$$

dengan

$\hat{I}_D$  adalah akar positif dari Persamaan (4.17).

$\hat{I}_H$  adalah akar positif dari Persamaan (4.21).

#### Teorema 4.1

Jika  $R_0 < \frac{\beta_D \beta_L}{(\mu_D + \delta)\mu_L} < 1$  maka titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_0(S^*_H, I^*_H, S^*_D, V^*_D, S^*_L) = \left( N_H, 0, \frac{\mu_D N_D}{\mu_D + \delta}, \frac{\delta N_D}{\mu_D + \delta}, N_L \right) \text{ adalah stabil}$$

asimtotik.

## Teorema 4.2

Jika  $R_0 > 1$  maka titik kesetimbangan endemik penyakit

$$E_1 = (\hat{S}_H, \hat{I}_H, \hat{S}_D, \hat{V}_D, \hat{S}_L) = \left( \frac{\mu_H \hat{I}_H + \hat{\gamma}_H}{\beta_H \left( \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \frac{\hat{I}_H}{N_H} \right)}, \hat{I}_H, \frac{\mu_D N_D}{\left( \mu_D + \beta_D \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \beta_D \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \delta \right)}, \frac{\mu_L N_L}{\left( \mu_D + \beta_D \frac{(\beta_L - \mu_L)}{\beta_L} + \beta_D \frac{\hat{I}_D}{N_D} + \delta \right)}, \frac{\mu_L N_L}{\beta_L} \right)$$

adalah stabil asimtotik.

3. Berdasarkan angka  $R_0 = \frac{\beta_H \beta_D \beta_L}{(\mu_H + \gamma)(\mu_D + \delta)\mu_L}$ , jika diambil  $\delta < 0,20$  dan  $\mu_L \leq 0,09$  maka  $R_0 > 1$  sehingga penyakit masih mewabah atau tidak akan menghilang dari populasi dan terjadi endemik. Jika diambil  $\delta \geq 0,20$  dan  $\mu_L \geq 0,09$  maka  $R_0 < \frac{\beta_D \beta_L}{(\mu_D + \delta)\mu_L} < 1$  sehingga penyakit tidak akan meluas, menghilang dari populasi dan bebas penyakit.

## 5.2 Saran

Dalam penulisan ini, penulis membahas penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia, unggas liar, dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi. Dalam penelitian ini diasumsikan tidak adanya pengaruh karantina bagi populasi manusia yang terinfeksi. Oleh karena itu, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada masalah ini untuk mengembangkan penyakit flu burung pada manusia, unggas liar, dan unggas domestik dengan pengaruh vaksinasi dan karantina.

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aditama. 2006. *Penyebaran Flu Burung pada Populasi Manusia*. Jakarta : Penerbit Universitas Indonesia.
- Andi, & M. Kharis. 2017. *Mathematical Modeling of Avian Influenza Epidemic with Bird Vaccination in Constant Population*. Semarang : Universitas Negeri Semarang.
- Anton, Howard. 1997. *Aljabar Linear Elementer : Edisi Kelima*, terjemahan. Jakarta : Erlangga.
- Braun, M. 1983. *Differential Equations and Their Applications Third Edition*. New York : Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Chotim, Moch. 2013. *Model Matematika Wabah Flu Burung pada Populasi Unggas dengan Pengaruh Vaksinasi*. Semarang : Universitas Negeri Semarang.
- Deourich, & Boutayed. 2008. An Avian Influenza Mathematical Model. *Applied Mathematical Model*, Vol. 2, No. 36, 1749-1760.
- Diekmann, & Heesterbeek. 2000. *Mathematical Epidemiology of Infectious Disease*. John Willey & Sons Ltd., Chicester.
- Diesche, & Watmough, J. 2002. Reproduction Number and sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*. 180 : 29-48.
- Fisher, S.D. 1990. *Complex Variables : Second Edition*. California : Wadsworth & Brooks. Pacific Grove.
- Hale, J., & Kocak. 1991. *Dynamics and Bifurcations*. New York : Springer-Verlag, Inc.
- Hirsch, Morris W. 1933. *Differential Equations, Dynamical Systems and An Introduction to Chaos : Second Edition*. California : University of California, Berkeley.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Kartono. 2001. *Maple untuk Persamaan Diferensial*. Yogyakarta : J&J Learning.
- Kimbir, et al. 2014. A Model Formulation for the Transmission Dynamics of Avian Influenza. *IOSR-JM*, Vol. 10, No. 6, 29-37.
- Olssder, G.J., & Woude. 2003. *Mathematical Systems Theory*. Netherland : Delf University Press.
- Peeko, Lawrence. 2001. *Differential Equations and Dynamical Systems : Third Edition*. New York : Springer-Verlag, Inc.
- Raii, M. 2017. *Avian Influenza A (H5N1) : Patogenesis, Pencegahan, dan Penyebaran pada Manusia*. Majalah Ilmu Kefarmasian.
- Sitepoe, Mangku. 2010. *Kontroversi dalam Menghadapi Penyakit Flu Burung di Indonesia*. Jakarta : Balai Penerbit FK UI.

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada tanggal 21 Agustus 1997 di Gerak Tani, Sumatera Utara. Penulis merupakan anak kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Jiman dan Ibu Muriati. Penulis menyelesaikan pendidikan formal sekolah dasar di SDN 094133 Manik Rambung pada tahun 2009. Pada tahun 2012 penulis menyelesaikan pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Swasta Muhammadiyah 19 dan menyelesaikan pendidikan sekolah menengah atas di SMA Yayasan Perguruan Keluarga pada tahun 2015. Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Fakultas Sains dan Teknologi program studi Matematika.

Pada tahun 2017 penulis bergabung organisasi Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) Kabinet Kita Uin Suska periode 2017/2018 sebagai Staf sekaligus Humas di Kementerian Advokasi Masyarakat. Pada tahun 2018 tepatnya semester VI penulis melaksanakan kerja praktek di Dinas Ketahanan Pangan Kota Pekanbaru dengan judul **“Analisis Pengaruh Jumlah Persediaan Daging Ayam Segar Terhadap Harga Daging Ayam Segar di Kota Pekanbaru”** yang dibimbing oleh Ibu Rahmadeni, M.Si.

Pada tanggal 13 September 2019 penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana (skripsi) dengan judul tugas akhir **“Model Matematika Penyebaran Flu Burung pada Manusia, Unggas Liar dan Unggas Domestik dengan Pengaruh Vaksinasi”** yang dibimbing oleh Bapak Mohammad Soleh, M.Sc.